

CORRECTION du Devoir Commun de Mathématiques de 4ème
mai 2005

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice n°1 : Calculer, en faisant apparaître les étapes intermédiaires et en donnant le résultat sous forme fractionnaire (simplifiée) :

$$A = \frac{2}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{5} - \frac{21}{10} = \frac{4}{10} - \frac{21}{10} = -\frac{17}{10}.$$

Exercice n°2 : Calculer et donner l'écriture scientifique de B et de C:

$$B = \frac{5 \times 10^{-5} \times 0,21 \times 10^{12}}{42 \times 10^{23}} = \frac{5 \times 0,21 \times 10^7}{42 \times 10^{23}} = 0,025 \times 10^{-16} = 2,5 \times 10^{-16}.$$

$$C = 10 - 7 \times 10^4 = 10 - 70000 = -69990 = -6,999 \times 10^4.$$

Exercice n°3 : Supprimer les parenthèses puis réduire l'expression :

$$D = (2a + 5b - 3c) - (-2a + b - 9c) = 2a + 5b - 3c + 2a - b + 9c = \mathbf{4a + 4b + 6c}.$$

Exercice n°4 :

1) Résoudre l'équation suivante : $6 - x = 2x$
 $6 = 2x + x \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 6:3 = 2$. Donc **x = 2**.

2) Résoudre l'équation suivante : $3x + 7 = 2x - 3$
 $3x - 2x = -3 - 7 \Rightarrow x = -10$. Donc **x = -10**.

Exercice n°5 : Développer et réduire E , F et G :

$$E = 5 (x - 6) = \mathbf{5x - 30}.$$

$$F = (3x + 4) (2x + 5) = 6x^2 + 15x + 8x + 20 = \mathbf{6x^2 + 23x + 20}.$$

$$G = (3x - 5) (4 - 2x) = 12x - 6x^2 - 20 + 10x = \mathbf{-6x^2 + 22x - 20}.$$

$$\text{Calculer F pour } x = -1 : F = 6 \times (-1)^2 + 23 \times (-1) + 20 = 6 - 23 + 20 = \mathbf{3}.$$

Exercice n°6 :

Il paraît que le nombre 371 est égal à la somme des cubes de chacun de ses chiffres.
Est-ce exact ? Justifier votre réponse par un calcul .

$$3^3 + 7^3 + 1^3 = 27 + 343 + 1 = 371.$$

Donc c'est vrai !

Exercice n°7 :

Sachant qu'un oiseau-mouche pèse 2 g et qu'une baleine bleue pèse $1,38 \times 10^5$ kg ,
combien faudrait-il d'oiseaux-mouches pour que leur masse totale soit égale à celle d'une baleine bleue ?
Donner le résultat en notation scientifique .

$$1,38 \times 10^5 \text{ kg} = 1,38 \times 10^5 \times 10^3 \text{ g} = 1,38 \times 10^8 \text{ g}.$$

$$1,38 \times 10^8 : 2 = 0,69 \times 10^8 = 6,9 \times 10^7.$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice n°1 :

La hauteur d'une pyramide mesure 8,5 cm. Sa base est un rectangle de longueur 10 cm et de largeur 6 cm. Calculer son volume.

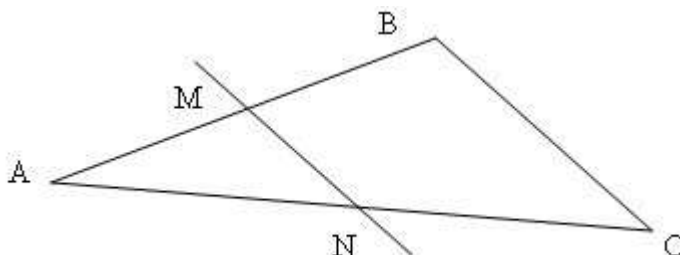
$$V = \frac{B \times H}{3} = \frac{10 \times 6 \times 8,5}{3} = 170 \text{ cm}^3.$$

Exercice n°2 : Les dimensions ne sont pas respectées.

Sur la figure suivante, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On donne : $AB = 4,5 \text{ cm}$; $AM = 3,6 \text{ cm}$; $AN = 3,2 \text{ cm}$; $BC = 2 \text{ cm}$.

Calculer AC et MN.



Dans le triangle ABC on sait que M appartient à [AB], que N appartient à [AC] et que (MN) // (BC).

D'après le théorème de Thalès, on en déduit que:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3,6}{4,5} = \frac{3,2}{AC} = \frac{MN}{2}.$$

donc $AC = 4,5 \times 3,2 : 3,6 = 4$. et $MN = 3,6 \times 2 : 4,5 = 1,6$.

Donc **AC = 4 cm** et **MN = 1,6 cm**

Exercice n°3 :

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de diamètre [BC] avec $BC = 15 \text{ cm}$. Placer un point A sur le cercle $\mathcal{C}$ tel que $AB = 12 \text{ cm}$.

1) Faire la figure.

2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

"Si un triangle est inscrit dans un demi-cercle de diamètre un de ses côté, alors I est rectangle"

Donc ABC est rectangle en A.

3) Calculer AC.

Dans le triangle ABC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 ; \text{ donc } AC^2 = BC^2 - AB^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 .$$

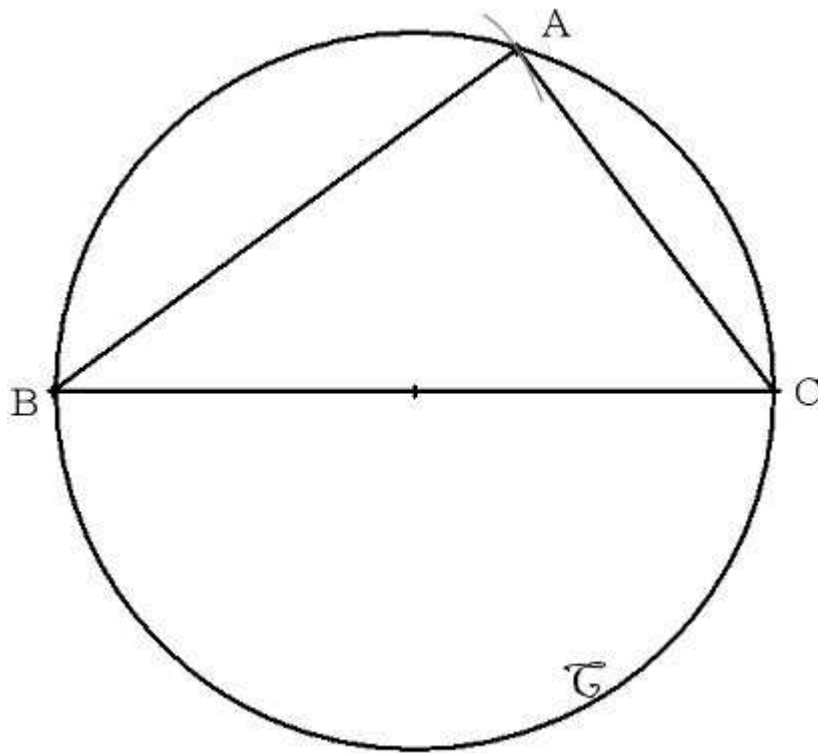
$$AC = \sqrt{81} = 9 \text{ cm} .$$

4) Calculer $\cos \widehat{ABC}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ (valeur arrondie au degré près).

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC} = \frac{12}{15} = 0,8. \text{ Donc } \widehat{ABC} \approx 37^\circ.$$

5) Calculer l'aire du triangle ABC.

$$A = L \times l : 2 = 12 \times 9 : 2 = 54 \text{ cm}^2 .$$



PROBLEME (12 points)

Soit $ABCD$ un losange de centre O tel que $AO = 6\text{cm}$; $OD = 4,5\text{cm}$; $\widehat{ABD} = 60^\circ$..

- 1) Compléter la figure ci - dessous au fur et à mesure.
- 2) a) Quelle est la nature du triangle ABD ?
Quelle propriété du losange permet de justifier la réponse ?

Tous les côtés d'un losange sont égaux, donc ABD est un **triangle isocèle en A** .

- b) Quelle est la nature du triangle AOB ?
Quelle propriété du losange permet de justifier la réponse ?

"Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires"
Donc AOB est **rectangle en O** .

- c) Tracer le cercle circonscrit au triangle AOD . Expliquer.

AOD étant rectangle, il est inscriptible dans un cercle de diamètre son hypoténuse.
Le diamètre du cercle est donc $[AD]$.

- 3) Que représente la droite (AO) pour le triangle ABD ? Justifier la (ou les) réponse (s).

ABD étant isocèle en A , (AO) est à la fois médiane, hauteur, médiatrice et bissectrice.

4) Calculer AB .

Dans AOB rectangle en O , d'après le théorème de Pythagore:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ cm.}$$

5) Calculer l'aire du losange $ABCD$.

$$A = \frac{\text{Grande Diagonale} \times \text{petite diagonale}}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54 \text{ cm}^2.$$

6) Donner la valeur arrondie à l'unité de l'angle $\widehat{ABO}$.

$$\cos \widehat{ABO} = \frac{BO}{BA} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6. \text{ Donc } \widehat{ABO} \approx 53^\circ.$$

7) Construire la bissectrice de l'angle $\widehat{ADB}$. Elle coupe la droite (AO) en I . Voir figure.

8) Citer les trois bissectrices des angles du triangle ABD .

Les trois bissectrices de ABD sont (AO) ; (DI) et (BI) .

9) Que représente le point I pour le triangle ABD ?

I représente le centre du cercle inscrit au triangle ABD .

