CORRECTION Brevet 2008

Activités numériques

Exercice 1

1. **Montrons que, si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260 :**
On choisit le nombre 10.
a) On le multiplie par 3, on obtient 30.
b) On ajoute le carré du nombre choisi : $30 + 10^2 = 30 + 100 = 130$
c) On multiplie par 2 : $130 \times 2 = 260$
On obtient **260**.

2. **Calculons la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :**
- le nombre choisi est -5 ;

a) On le multiplie par 3, on obtient $-5 \times 3 = -15$.
b) On ajoute le carré du nombre choisi : $-15 + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$
c) On multiplie par 2 : $10 \times 2 = 20$
On obtient **20**.

- le nombre choisi est $\frac{2}{3}$;

a) On le multiplie par 3, on obtient $\frac{2}{3} \times 3 = 2$.
b) On ajoute le carré du nombre choisi : $2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 + \frac{4}{9} = \frac{18}{9} + \frac{4}{9} = \frac{22}{9}$
c) On multiplie par 2 : $\frac{22}{9} \times 2 = \frac{44}{9}$
On obtient $\frac{44}{9}$.

- le nombre choisi est $\sqrt{5}$.

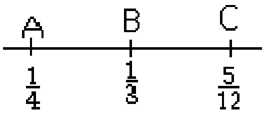
a) On le multiplie par 3, on obtient $3\sqrt{5}$.
b) On ajoute le carré du nombre choisi : $3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 3\sqrt{5} + 5 = 5 + 3\sqrt{5}$
c) On multiplie par 2 : $2(5 + 3\sqrt{5}) = 10 + 6\sqrt{5}$
On obtient $10 + 6\sqrt{5}$.

3. **Déterminons les nombres que l'on peut choisir pour que le résultat obtenu soit 0 :**
Soit x un nombre quelconque.
a) On le multiplie par 3, on obtient $3x$.
b) On ajoute le carré du nombre choisi : $3x + x^2$
c) On multiplie par 2 : $2(3x + x^2)$
On obtient $2(3x + x^2)$
On veut que ce résultat soit égal à 0, résolvons l'équation $2(3x + x^2) = 0$:
$2(3x + x^2) = 0$
$2x(3 + x) = 0$
Or, un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul, et réciproquement, donc :
$2x = 0$ ou $3 + x = 0$
$x = 0$ $\quad$ $x = -3$
D'où : les nombres que l'on peut choisir pour que le résultat obtenu soit 0 sont : **-3 et 0**.

Exercice 2

Pour $a = 2$, on obtient :
$2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 2 \times 4 - 6 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3$
Or, $-3 \neq 1$, donc 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Exercice 3



On a : $\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{5}{12}$
Donc, pour savoir si les trois points sont régulièrement espacés sur la droite graduée, déterminons les distances AB et BC.
$\frac{1}{4}<\frac{1}{3}$, donc AB = $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}<\frac{5}{12}$, donc BC = $\frac{5}{12}-\frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{4}{12}=\frac{1}{12}$
Donc : AB = BC.
D'où : les trois points A, B et C sont régulièrement espacés sur la droite graduée.

Exercice 4

Soit x le prix du kilogramme de vernis (x est un nombre strictement positif), soit y le prix du litre de cire (y est un nombre strictement positif).
On sait que " Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 95 euros ", donc
$6x+4y=95$
et que " Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire, on paie 55,50 euros ", donc
$3x+3y=55{,}50$
On obtient alors le système suivant : $\begin{cases}6x+4y=95\\3x+3y=55{,}50\end{cases}$
Résolvons ce système par combinaison :
$\begin{cases}6x+4y=95(1)\\3x+3y=55{,}50(2)\end{cases}$
Déterminons y:
On multiplie par (-2) les deux membres de l'équation (2), on obtient :
$\begin{cases}6x+4y=95\\-6x-6y=-111\end{cases}$
En additionnant membre à membre, on obtient :
$6x-6x+4y-6y=95-111$
$-2y=-16$
$\boxed{y=8}$

Déterminons x:
On multiplie par 3 les deux membres de l'équation (1) et par (-4) les deux membres de l'équation (2) :
$\begin{cases}18x+12y=285\\-12x-12y=-222\end{cases}$

En additionnant membre à membre, on obtient :
$18x - 12x + 12y - 12y = 285 - 222$
$6x = 63$
$\boxed{x = 10{,}5}$

Vérifions :
6 × 10,5 + 4 × 8 = 63 + 32 = 95
3 × 10,5 + 3 × 8 = 31,5 + 24 = 55,5
Donc la solution du système est le couple (10,5 ; 8).
D'où : un kilogramme de vernis coûte 10,50 € et un litre de cire coûte 8 €.

Activités géométriques

Exercice 1 : QCM

1. **Réponse : Proposition 3 :** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

2. **Réponse : Proposition 2 :** 54π
$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi R^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi \text{cm}^3$

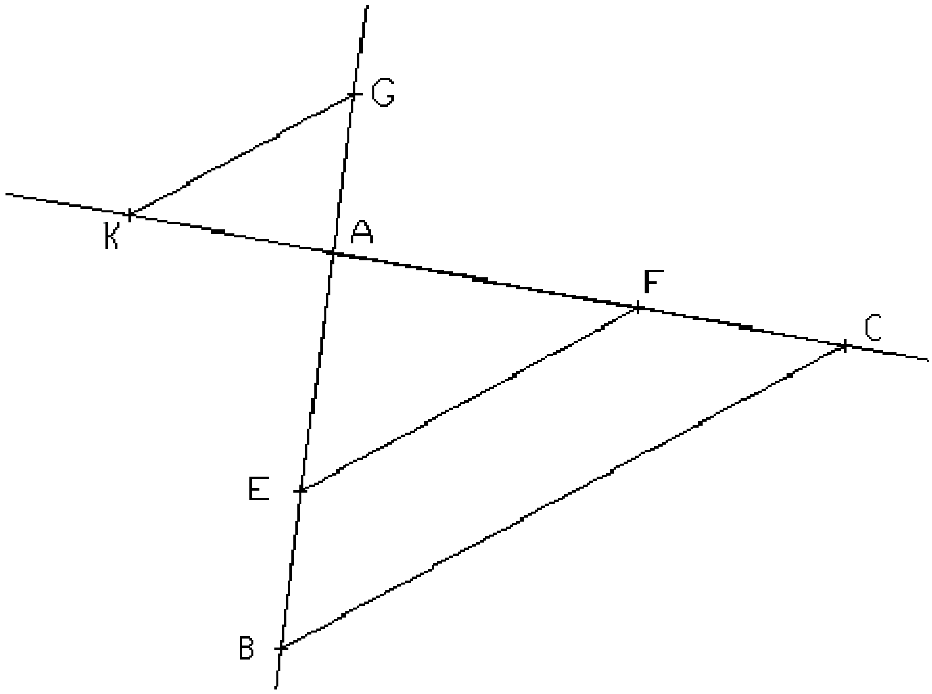
3. **Réponse : Proposition 2 : 17°**
L'angle inscrit et l'angle au centre interceptent le même arc, donc l'angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre, soit 17° (34 : 2 = 17)

4. **Réponse : Proposition 2 : Rectangle et isocèle.**
ABCD est un carré, donc AB = BC et $\widehat{ABC}$ est un angle droit. Donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

Exercice 2

1. **Démontrons que BC = 8 :**
Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A, les droites (EF) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$
Donc : $\frac{3}{5} = \frac{AF}{6{,}5} = \frac{4{,}8}{BC}$
De $\frac{3}{5} = \frac{4{,}8}{BC}$, on en déduit que :
$3 \times BC = 5 \times 4{,}8$
$BC = \frac{5 \times 4{,}8}{3}$
$\boxed{BC = 8}$

2. **Traçons en vraie grandeur la figure complète en prenant comme unité le centimètre :**



3. **Déterminons si les droites (KG) et (BC) sont parallèles ou non :**
Les points K, A, C d'une part et G, A, B d'autre part sont alignés dans le même ordre.
On a : $\frac{AB}{AG} = \frac{5}{2}$ et $\frac{AC}{AK} = \frac{6,5}{2,6} = \frac{65}{26} = \frac{5 \times 13}{2 \times 13} = \frac{5}{2}$
Donc $\frac{AB}{AG} = \frac{AC}{AK}$
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (KG) et (BC) sont parallèles**.

4. **Déterminons si les droites (AC) et (AB) sont perpendiculaires ou non :**
Dans le triangle ABC, on a : ([BC] est le côté le plus grand)
$BC^2 = 8^2 = 64$ et $AC^2 + AB^2 = 6,5^2 + 5^2 = 42,25 + 25 = 67,25$
Donc $BC^2 \neq AC^2 + AB^2$
Or, si le triangle ABC était rectangle en A, on aurait d'après le théorème de Pythagoe $BC^2 = AC^2 + AB^2$. Or, ce n'est pas le cas, donc le triangle ABC n'est pas rectangle en A.
D'où : **les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.**

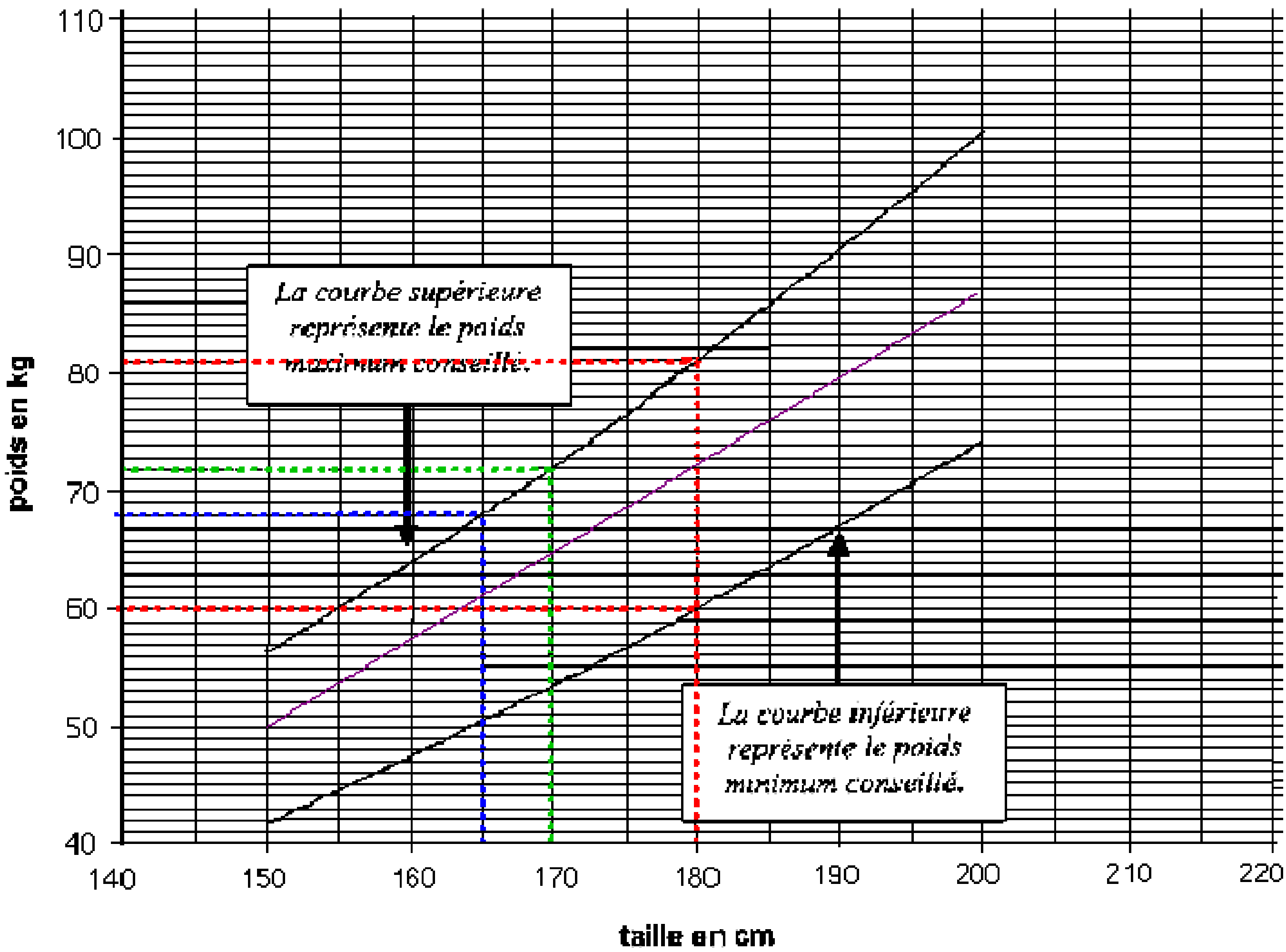
Problème

Partie I :

1. Pour une personne mesurant 180 cm, le poids minimum est de 60 kg, le poids maximum est de 81 kg. (cf pointillés rouges sur le graphique).

2. Pour un personne mesurant 165 cm, le poids maximum conseillé est de 68 kg. Si elle pèse 72 kg, elle dépasse le poids maximum conseillé de 4 kg. (cf pointillés bleus sur le graphique)

3. Une personne de 72 kg qui a un poids inférieur au poids maximum conseillé mesure plus de 170 cm. (cf pointillés verts)



Partie II :

1. **Calculons le poids idéal de personnes mesurant respectivement :**

160 cm :

Pour t = 160 cm, $p=160-100-\frac{160-150}{4}=60-\frac{10}{4}=57{,}5$

Le poids idéal d'une personne mesurant 160 cm est de 57,5 kg.

165 cm :

Pour t = 165 cm, $p=165-100-\frac{165-150}{4}=65-\frac{15}{4}=61{,}25$

Le poids idéal d'une personne mesurant 165 cm est de 61,25 kg.

180 cm :

Pour t = 180 cm, $p=180-100-\frac{180-150}{4}=80-\frac{30}{4}=72{,}5$

Le poids idéal d'une personne mesurant 180 cm est de 72,5 kg.

2. **Démontrer que la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite :**

$$p=t-100-\frac{t-150}{4}$$

$$p=t-100-\frac{t}{4}-\frac{150}{4}$$

$$p=\frac{4t}{4}-\frac{t}{4}-\frac{400}{4}+\frac{150}{4}$$

On a : $p=\frac{3}{4}t-\frac{250}{4}$

p est une fonction affine, donc la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite.
cf graphique

3. Une personne qui mesure 170 cm a un poids idéal de : $170-100-\frac{170-150}{4}=70-\frac{20}{4}$,

soit 65 kg.

Son poids est égal au poids idéal augmenté de 10 %, soit à : $65+\frac{10}{100}\times 65=65+6,5=71,5$ kg.
Le poids maximum conseillé pour une personne mesurant 170 cm étant de 72 kg, elle ne dépasse pas le poids maximum conseillé.