Activités numériques

Exercice 1

1. **Réponse** : $9x^2+30x+25$
Car : $(3x+5)^2=(3x)^2+2\times3x\times5+5^2=9x^2+30x+25$

2. **Réponse** : $(x+1)(x-2)$
Car : pour $x=4$
$(x+1)(x-2)=(4+1)(4-2)=5\times2=10$

3. **Réponse** : $2\sqrt{3}$
Car : $\frac{\sqrt{48}}{2}=\frac{\sqrt{16\times3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

4. **Réponse** : -10
Car : pour $x=-10$
$2\times(-10)-(8+3\times(-10))=-20-(-22)=2$

5. **Réponse** : 48 %
Car : En 3^{e} A, sur 30 élèves, il y a 40 % de filles. Il y a donc : $30\times\frac{40}{100}$ filles, soit 12 filles en 3^{e}A.
En 3^{e} B, sur 20 élèves, il y a 60 % de filles. Il y a donc : $20\times\frac{60}{100}$ filles, soit 12 filles en 3^{e}B.
Lorsque les deux classes sont réunies, il y a donc 24 filles sur un total de 50 élèves. Cela représente $\frac{24}{50}\times100\%$ des élèves, soit 48 %.
lorsque les deux classes sont réunies, il y a 48 % de filles dans le groupe ?

Exercice 2

On donne un programme de calcul :
- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 4 ;
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi ;
- Ajouter 4 à ce produit ;
- Ecrire le résultat.

1. Si on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2 :
On lui ajoute 4 : -2 + 4 = 2
On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi (-2) : 2 × (-2) = -4
On ajoute 4 à ce produit : -4 + 4 = 0
On obtient bien 0 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2.

2. Lorsque le nombre choisi est 5, on obtient :
On lui ajoute 4 : 5 + 4 = 9
On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 5 : 9 × 5 = 45
On ajoute 4 à ce produit : 45 + 4 = 49
On obtient 49 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 5.

3. a) **Faisons deux autres essais :**
On choisit le nombre 11 :
On lui ajoute 4 : $11 + 4 = 15$
On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 11 : $15 \times 11 = 165$
On ajoute 4 à ce produit : $165 + 4 = 169$
On obtient 169 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 11.
On peut écrire 169 sous la forme d'un carré : $169 = 13^2$.

On choisit le nombre 8 :
On lui ajoute 4 : $8 + 4 = 12$
On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 8 : $12 \times 8 = 96$
On ajoute 4 à ce produit : $96 + 4 = 100$
On obtient 100 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 8.
On peut écrire 100 sous la forme d'un carré : $100 = 10^2$.

3. b) **Regardons si il en est toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul :**
Choisissons un nombre entier n. On applique le programme de calcul à ce nombre n :
On lui ajoute 4 : $n + 4$
On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi n : $n(n + 4)$
On ajoute 4 à ce produit : $n(n + 4) + 4$
On obtient $n(n + 4) + 4$ lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre n.
Or, $n(n + 4) + 4 = n^2 + 4n + 4 = n^2 + 2 \times n \times 2 + 2^2 = (n + 2)^2$.
Donc : quelque soit le nombre entier choisi au départ, on obtient toujours un carré comme résultat.

4. Si on souhaite obtenir 1 comme résultat, il nous faut choisir le nombre entier n tel que :
$(n + 2)^2 = 1$, donc :
$(n + 2)^2 - 1 = 0$
$[(n + 2) - 1][(n + 2) + 1] = 0$
$(n + 1)(n + 3) = 0$
Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul, et réciproquement :

$n + 1 = 0$ ou $n + 3 = 0$
$n = -1$ ou $n = -3$

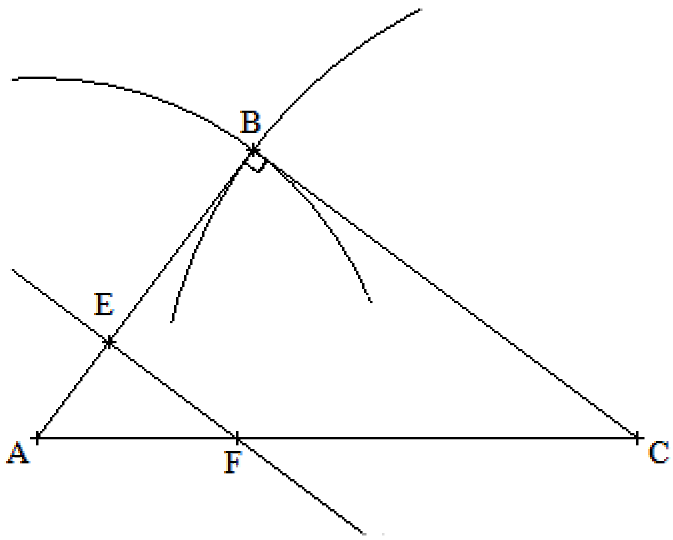
Pour obtenir 1 comme résultat, les nombres que l'on peut choisir au départ sont -3 et -1.

Activités géométriques

Exercice 1

1. a) **Démontrons que ABC est rectangle en B :**
On a : $AC^2 = 15^2 = 225$ et $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que le triangle ABC est rectangle en B.

1. b)



2. a) cf figure

2. b) **Démontrons que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC) :**
Les points A, E, B sur la droite (EB) sont dans le même ordre que les points A, F, C sur la droite (FC).

On a : $\frac{AE}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ et $\frac{AF}{AC}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

Donc $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

3. **Déterminons EF :**
Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A, les droites (EF) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}\ donc\ \frac{1}{3}=\frac{EF}{12}$

On en déduit que $EF=\frac{12}{3}=4$
Donc : EF = 4 cm. DE plus (EF) est parallèle à (BC) et ‘AB) est perpendiculaire à (BC)

« Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l’une est perpendiculaire à l’autre ».

Donc (EF) est perpendiculaire à (AB) et le triangle **AEF est rectangle en E**.

Calculons l'aire du triangle AEF :

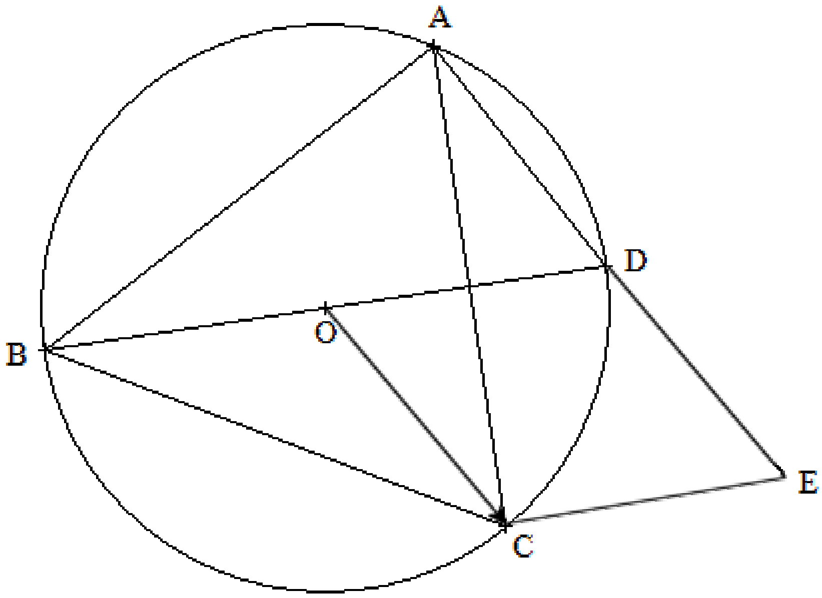
$A=\frac{L\times l}{2}=\frac{4\times 3}{2}=6$ l’aire du triangle est de 6cm².

Exercice 2

1. Le point A appartient au cercle de diamètre [BD], donc le triangle ABD est rectangle en A.

2. **Mesure de l'angle $\widehat{ADB}$:**
Le triangle ABC est équilatéral, donc $\widehat{ACB} = 60°$
$\widehat{ADB}$ et $\widehat{ACB}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$. Ces deux angles sont donc de même mesure : $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 60°$
L'angle $\widehat{ADB}$ mesure 60°.

3. **Démontrons que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires :**



E est l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$, donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DE}$. Le quadrilatère OCED est donc un parallélogramme.
De plus, [OC] et [OD] sont deux rayons du cercle, donc OC = OD.
Le parallélogramme OCED a donc deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.
Or, les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement, donc les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

Problème

Partie I
On suppose dans cette partie que AE = 2.

1. **Justifions que HI = 3 :**
I est un point du segment [HB], donc HI = HB - IB = 5 - 2 = 3
Donc : **HI = 3 m**.

2. **Démontrons que HE = 3,75 :**
Dans le triangle HIE rectangle en I, on applique le théorème de Pythagore :
$HE^2 = HI^2 + IE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625$
Donc : $HE = \sqrt{14,0625} = 3,75$
D'où : **HE = 3,75 m**.

3. **Calculons la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$ du toit avec la maison :**
Dans le triangle IHE rectangle en I, on a :
$\cos\widehat{IHE} = \frac{HI}{HE} = \frac{3}{3,75} = 0,8$
Donc : $\widehat{IHE} = \cos^{-1}(0,8)$
D'où : $\widehat{IHE} \approx 37^\circ$ au degré près.

Partie II
Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 45^\circ$.

1. **Nature du triangle HIE :**
On sait que le triangle HIE est rectangle en I. De plus, $\widehat{IHE} = 45^\circ$.
Or, la somme des angles du triangle HIE est égale à 180°, donc l'angle $\widehat{IHE}$ mesure 45°.
On en conclut que le triangle HIE est rectangle et isocèle en I.

2. **Déduisons-en HI :**
Le triangle HIE est isocèle en I, donc HI = IE.
Donc : **HI = 2,25 m**.

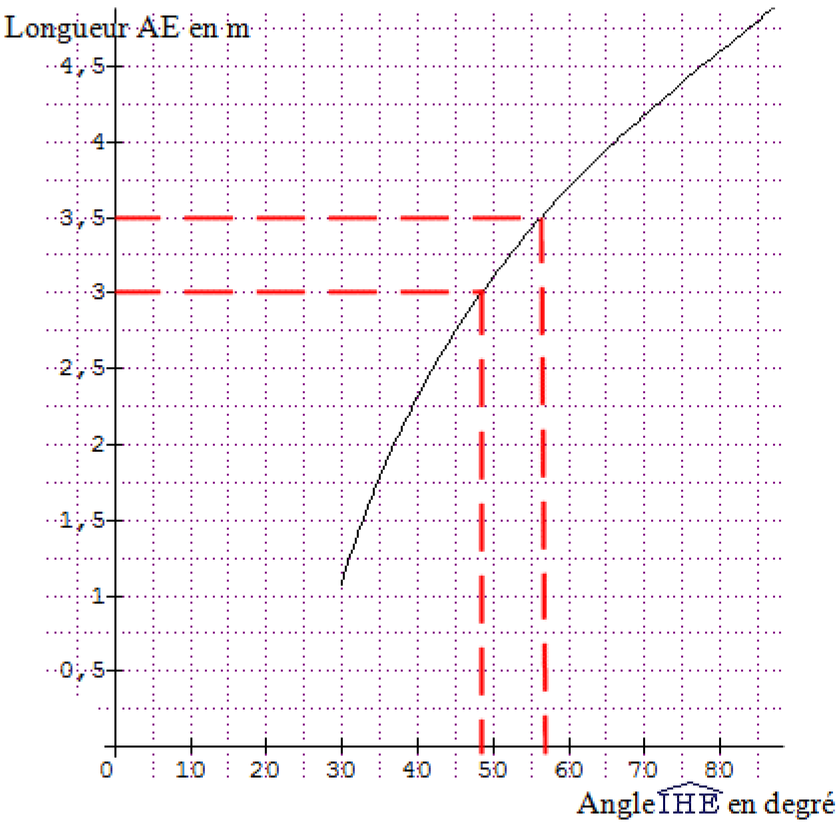
Longueur AE :
I est un point du segment [HB], donc IB = HB - HI = 5 - 2,25
Donc : IB = 2,75 m.
ABIE étant un rectangle, on en conclut que AE = IB.
Donc : **AE = 2,75 m**.

Partie III
Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 60^\circ$.

1. **Déterminons la valeur arrondie au cm de HI :**
Dans le triangle IHE rectangle en I, on a :
$\tan\widehat{IHE} = \frac{IE}{HI}$
Donc : $\tan 60^\circ = \frac{2,25}{HI}$
Donc : $HI = \frac{2,25}{\tan 60^\circ}$
D'où : HI $\approx$ 1,30 m (arrondi au cm près).

2. **Déduisons-en la valeur arrondie au cm de AE :**
AE = BI = BH - HI $\approx$ 5 - 1,3
Donc AE $\approx$ 3,70 m (arrondi au cm près).

Partie IV



Une mesure possible de l'angle $\widehat{IHE}$ est 50°.