BREVET DES COLLEGES – CORRIGE EPREUVES DE MATHS – BREVET 2017

Eléments de correction de l'épreuve de mathématiques – série générale.

Cette épreuve comporte 7 exercices.

Exercice 1 (4 points)

Exercice assez classique sur les probabilités, qui fait le lien entre fréquence et probabilités.

1. Quand on tire une boule au hasard, il n'y a que deux issues possibles. Les événements « tirer une boule bleue » et « tirer une boule verte » sont incompatibles (on ne peut pas tirer une boule qui soit en même temps bleue et verte).

   La probabilité de tirer une boule bleue est donc : $1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

2. Les tirages sont indépendants puisqu'on replace chaque fois la boule dans l'urne et qu'on mélange. La probabilité d'obtenir une boule bleue est la même à chaque tirage, et ne dépend pas des résultats obtenus aux tirages précédents. Même chose pour une boule verte.
   Comme $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$, au 7$^{\text{ème}}$ tirage (comme à n'importe quel autre tirage),

   on a plus de chances d'obtenir une boule bleue.

3. On a 2 chances sur 5 de tirer une boule verte. Comme il y a 8 boules vertes : 2 sur 5, c'est 8 sur combien ?
   $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ donc on a au total 20 boules dans l'urne.
   Nombre de boules bleues : 20 – 8 = 12.

   Il y a 12 boules bleues.

Exercice 2 (6 points)

Exercice où il s'agit de comprendre puis d'adapter un script en utilisant ses connaissances en algorithmique et programmation sur le logiciel Scratch : notion de script, de bloc, de boucle et de variable.

1. Se lit dans le script (instruction n°3) :

   les coordonnées du point de départ du tracé sont (-200 ; -100).

2. Le bloc triangle permet de construire un seul triangle équilatéral. Dans le script, la boucle indique qu'on répète 5 fois ce bloc (instruction n°6) :

   5 triangles sont dessinés dans ce script.

3. **a.** La variable « côté » est diminuée de 20 pixels à chaque passage dans la boucle (instruction n°9) : « ajouter -20 » veut dire « enlever 20 ».
Le côté du premier triangle étant de 100 pixels (instruction n°5) : 100 – 20 = 80.

Le côté du deuxième triangle tracé est donc 80 pixels.

b. Il faut remarquer qu'avec le bloc triangle, le lutin revient au point de départ, avec la même orientation. Avant de tracer le triangle suivant, il avance de la longueur d'un côté.

4. Par rapport à la figure précédente, chaque triangle équilatéral a tourné de 60° vers la gauche par rapport au précédent. L'instruction supplémentaire doit donc être placée dans la boucle, après le bloc triangle.

On peut donc la placer après l'instruction n°8 ou après l'instruction n°9.

Exercice 3 (4 points)

Exercice très classique de lecture graphique. Attention à l'échelle choisie sur chaque axe.

1. La courbe qui représente cette fonction n'est pas une droite (on peut dire aussi les points sur ce graphique ne sont pas alignés) donc

il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

2. Lecture graphique : l'axe des abscisses est gradué tous les 0,01 s / l'axe des ordonnées tous les 0,2 V.
On se place à l'abscisse 0,2 s.

La tension mesurée au bout de 0,2 s est environ 4,4 V.

3. Calculons 60 % de 5 V : $\frac{60}{100}\times 5 = \frac{300}{100} = 3$.
Sur le graphique, on se place à l'ordonnée 3 :

la tension aux bornes du condensateur aura atteint 3 V au bout de 0,09 s environ.

Exercice 4 (8 points)

Cet exercice, assez long et avec un fort barème, nécessite l'analyse d'une représentation en perspective d'une maison (questions 2 et 3), ainsi que la compréhension de nombreuses données (question 1.). Il fait appel à la géométrie du triangle (théorème de Pythagore, trigonométrie) et fait appel aux compétences de résolution de problèmes (question 3. c.).

1. Il s'agit de trouver les informations nécessaires dans le tableau : le prix d'un kWh pour cette centrale solaire (type B, puissance comprise entre 0 et 36 kWh, installée entre avril et juin 2015) est 13,95 centimes d'euro, soit 0,139 5 €.
   Prix d'achat cherché : 31 420 x 0,139 5 = 4 383,09.

   Le prix d'achat de 31 420 kWh pour cette installation est donc d'environ 4 383 €.

2. Calculons AC : AC = 7 – 4,8 = 2,2.
   Dans le triangle ABC rectangle en C : $\tan\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{2,2}{4,5}$, donc $\widehat{ABC} \approx 26°$
   (on utilise la touche *tan-1* ou *Arctan* de la calculatrice).

   L'angle que forme le pan sud du toit avec l'horizontale est donc, au degré près, 26°.

3. **a.** On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en C :
   $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc $AB^2 = 2,2^2 + 4,5^2 = 4,84 + 20,25$
   donc $AB^2 = 25,09$
   donc $AB = \sqrt{25,09} \approx 5$.

   Autre méthode : on peut aussi calculer AB en utilisant la trigonométrie (cosinus ou sinus) dans le triangle ABC.

   La longueur AB vaut donc environ 5 m.

   b. Le pan sud du toit est un rectangle de longueur 7,5 m et de largeur AB (environ 5 m).
   Son aire est donc (en m²) : $L \times l \approx 7,5 \times 5 \approx 37,5$.

   L'aire d'un panneau solaire est 1 m² (aire d'un carré de côté 1 m), donc l'aire des 20 panneaux solaires est 20 m².

   Pourcentage de la surface couvert par les panneaux solaires : environ $\frac{20}{37,5} \times 100$, c'est-à-dire environ 53 %.

   Les panneaux solaires couvriront donc 53 % de la surface du pan sud du toit (à 1 % près).

   c. En longueur, le propriétaire dispose de 7,5 m moins deux bordures de 30 cm, soit :

   7,5 m – 2 x 30 cm = 7,5 m – 0,6 m = 6,9 m.

   Il peut donc aligner au maximum 6 panneaux solaires.

   En hauteur, il dispose de 5 m (environ) moins deux bordures de 30 cm, soit :

   5 m – 2 x 30 cm = 5 m – 0,6 m = 4,4 m.

   Il peut donc installer 4 rangées de 6 panneaux solaires au maximum,
   c'est-à-dire 24 panneaux.

Conclusion : le propriétaire peut installer les 20 panneaux solaires prévus.

Exercice 5 (8 points)

Exercice composé de trois questions indépendantes dont deux qui portent sur les vitesses (1. et 3.). Ils nécessitent une bonne dextérité dans les grandeurs composées. La question 2 est un exercice traditionnel de calcul littéral, assez surprenant dans l'esprit des programmes actuels où les identités remarquables ne sont pas des priorités.

1. La nageuse parcourt 50 m en 24,07 s.
   Combien de temps le marcheur mettrait-il à parcourir la même distance ?
   50 m, c'est 0,05 km.
   $v = \frac{d}{t}$ $donc$ $t = \frac{d}{v} = \frac{0{,}05}{6}$ $\approx$ 0,008 3. Le marcheur mettrait donc environ 0,008 3 h.
   Convertissons en s : 0,008 3 x 3 600 ≈ 30. Le marcheur mettrait environ 30 s pour 50 m.

   La nageuse est donc plus rapide sur 50 m que le marcheur.

2. **a.** On peut développer le premier terme de E à l'aide d'une identité remarquable *(comme c'est fait ci-dessous)* ou par double distributivité.
   $$E = (3x + 8)^2 - 64 = 9x^2 + 48\,x + 64 - 64 = 9x^2 + 48x.$$

   Donc $\boldsymbol{E = 9x^2 + 48}$.

   b. Développons l'expression donnée (simple distributivité) :
   $$3x(3x + 16) = 3x \times 3x + 3x \times 16 = 9x^2 + 48x.$$
   On retrouve l'expression développée du a.

   L'expression E peut donc se factoriser sous la forme $\boldsymbol{3x(3x + 16)}$.

   c. Pour résoudre cette équation du second degré E = 0, on utilise l'expression factorisée de E établie au b. :
   $$3x(3x + 16) = 0$$
   Un produit est nul si et seulement si l'un des deux facteurs est nul.
   On a donc deux possibilités :
   $3x = 0$ ou bien $3x + 16 = 0$
   Cela donne deux solutions : $x = 0$ $\;ou\ bien\;$ $x = -\frac{16}{3}$.

   L'équation a deux solutions : $\boldsymbol{\left\{-\frac{16}{3} ; 0\right\}}$.

3. Sur route mouillée, la formule s'écrit : $d = 0{,}14 \times V^2$.
   Pour une distance de freinage de 15 m, on doit résoudre l'équation $15 = 0{,}14 \times V^2$.
   Deux stratégies :
   - soit on teste des valeurs pour V
   - soit on résout l'équation *(ce qui est fait ici)* :

     $V^2 = \frac{15}{0{,}14} = \frac{750}{7}$ donc $V = \sqrt{\frac{750}{7}} \approx 10{,}35$

     Une valeur approchée suffit ici (situation réelle).

La vitesse de la voiture est donc environ 10,35 m/s, c'est-à-dire environ 37 km/h.

Exercice 6 (8 points)

Exercice de statistiques très classique, avec prise de données dans des documents.

1. a. On s'appuie sur la ligne 3 (IMC) : trois valeurs sont supérieures ou égales à 25.

Trois employés sont en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise.

b. il ne faut pas utiliser le $, qui bloque la colonne sur B.

La bonne formule est = B2 / (B1*B1).

2. **a.** Moyenne de cette série :

$$\frac{20\times9+22\times12+23\times6+24\times8+25\times2+29+30+33\times2}{41}=\frac{949}{41}\approx 23.$$

L'IMC moyen des employés de cette entreprise est environ 23.

b. Il y a 41 employés au total. Les IMC sont rangés dans le tableau dans l'ordre croissant. Il s'agit donc de trouver l'IMC correspondant au 21$^{\text{ème}}$ employé (en les rangeant dans l'ordre croissant des IMC).

On calcule les effectifs cumulés : le 21$^{\text{ème}}$ employé a un IMC de 22.

L'IMC médian est de 22.

<u>Interprétation</u> : la moitié des employés ont un IMC inférieur ou égal à 22. L'autre moitié a un IMC supérieur ou égal à 22.

c. Nombre d'employés en surpoids ou obèses dans l'entreprise : 2 + 1 + 1 + 2 = 6.

Il y a donc 6 employés sur 41 qui sont en surpoids ou obèses :

$\frac{6}{41}\times100 \approx 14{,}6.$

L'entreprise compte presque 15 % d'employés en surpoids ou obèses. C'est plus de 5 %. L'affirmation se vérifie dans cette entreprise.

Exercice 7 (7 points)

Exercice sur la proportionnalité et les grandeurs.

1. 700 x 1,8 = 1 260.

Léo a besoin de de 1 260 g de sucre, c'est-à-dire 1,260 kg.

2. Calculons le volume de confiture que Léo pourra mettre dans un pot : il s'agit du volume d'un cylindre de 6 cm de diamètre (donc 3 cm de rayon) et de 11 cm de hauteur (12 cm – 1 cm).

$$V = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\pi \approx 311.$$

Dans un pot, Léo met environ 311 cm ^{3} de confiture, donc 0,311 L.

Nombre de pots de confiture : $2{,}7 \div 0{,}311 \approx 8{,}68$.

Léo pourra donc remplir 8 pots de confiture et il aura un neuvième pot partiellement rempli.

3. **a.** La longueur de l'étiquette correspond au périmètre du disque de base (de rayon 3 cm). Calculons cette longueur : $P = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 3 = 6\,\pi \approx 18{,}8$.

Donc la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

b. L'étiquette est un rectangle de longueur 18,8 cm (environ) et de largeur 12 cm (hauteur du pot, donnée dans l'énoncé).

À l'échelle $\frac{1}{3}$, les longueurs réelles sont divisées par 3. Sur le dessin, la longueur de l'étiquette sera donc environ 6,3 cm (18,8 ÷ 3) et la largeur 4 cm (12 ÷ 3).

Voici l'étiquette à l'échelle $\frac{1}{3}$: