

Proportionnalité, pourcentages, échelles

1°) Proportionnalité:

Exemple: on achète 6 roses pour 8,4 €.

Si on n'achète que 3 roses, on ne paiera que 4,2 €(soit, la moitié)

Si on achète 24 roses, on paiera 4 fois plus, c'est-à-dire 33,60 €

On dit alors que le prix des roses est **proportionnel** au nombre de roses achetées

- Pour connaître le prix de 5 roses on peut procéder par **passage à l'unité** (c'est-à-dire chercher le prix d'une rose):

1 rose coûte $8,4 : 6 = 1,4$ €; donc 5 roses coûteront $5 \times 1,4 = 7$ €

- On peut aussi travailler dans un **tableau de proportionnalité**:

Nombre de roses	6	3	1	5	9	10
Prix	8,4	4,2	1,4	7	?	?

On remarque que l'on passe de la première ligne à la seconde en multipliant toujours par 1,4.
On dit que 1,4 est le coefficient de proportionnalité.

Pour calculer le prix de 9 roses, on peut:

- soit utiliser le coefficient: $9 \times 1,4 = 12,6$ €

- soit **additionner entre elles** deux colonnes: 6+3 font 9 dans la première ligne, d'où $8,4 + 4,2 = 12,6$ €, le prix de 9 roses!

Pour calculer le prix de 10 roses, on peut:

- soit utiliser le coefficient: $10 \times 1,4 = 14$ €

- soit **multiplier la colonne "5"** par 2 : en effet 2×5 roses font 10 roses et 2×7 e font 14 € !

En proportionnalité, il y a donc souvent plusieurs moyens pour trouver la solution.

2°) Pourcentages:

- Un **pourcentage est une fraction dont le dénominateur est égal à 100.**

Exemple: 3% représente $3/100$

Ainsi, prendre 3% de 120 € revient à prendre $3/100$ de 120 €

cela fait: $3 \times 120 : 100 = 360 : 100 = 3,6$ €.

- De même, si on dispose d'une réduction de 6% sur divers articles de 250 €; 300 € et 420 €, on peut calculer le montant de la remise:

6% de 250 € = $6 \times 250 : 100 = 15$ € ; 6% de 300 = $6 \times 300 : 100 = 18$ €; 6% de 450 € = $6 \times 450 : 100 = 27$ €.

On peut disposer alors ces résultats sous forme d'un **tableau de proportionnalité**:

Prix	100 €	250 €	300 €	450 €
Réduction	6 €	15 €	18 €	27 €

 **x 0,06**

On dit que la première ligne du tableau et la seconde ligne sont **proportionnelles**.

On passe de la première ligne à la seconde en multipliant toujours par un même coefficient appelé **coefficient de proportionnalité**.

Ce coefficient se calcule en effectuant $6 : 100$ ou $15 : 250$ ou $18 : 300$ ou encore $27 : 450$. Il vaut donc ici 0,06.

Exemple d'exercice: un article d'une valeur de 310 € est vendu avec une remise de 8% pour la braderie. Calculez son prix définitif.

- montant de la réduction: $8\% \text{ de } 310 = 8 \times 310 : 100 = 24,80 \text{ €}$
- prix définitif: $310 - 24,80 = 285,20 \text{ €}$

3°) Échelles:

Ce dessin représente un alligator. Sur le dessin, il ne fait que 8,5cm de long, alors qu'en réalité il mesure 6,80m. Donc 85 mm représentent 6800 mm.



On dit que l'on a reproduit l'alligator à une échelle de :

$$\frac{85}{6800} = \frac{85 : 5}{6800 : 5} = \frac{17}{1360} = \frac{17 : 17}{1360 : 17} = \frac{1}{80}$$

Une échelle est donc une fraction qui, lorsqu'il s'agit d'une **réduction**, s'écrit en général sous la forme 1/..... (numérateur = 1)

Par exemple; le plan d'un ville au 1/10 000 veut dire que les dimensions sur le plan sont dix mille fois plus petites qu'en réalité.

*Chercher quelle distance réelle est représentée sur un tel plan, par un segment de 9cm?
Ou encore, chercher combien mesurera sur ce plan une route 3 km?*

On peut, là encore, utiliser un tableau pour récapituler ces données:

Distance sur le plan	1	9cm	
Distance réelle	10 000		3km

On a ici un coefficient de proportionnalité égal à 10 000.
Donc 9cm sur le plan représentent en réalité: $9 \times 10\ 000 = 90\ 000\text{cm} = 900 \text{ m}$
3 km font 300 000cm soit sur le plan $300\ 000 : 10\ 000 = 30 \text{ cm}$.
La route de 3km sera donc représentée par un tracé de 30 cm sur le plan.

Exemple de calcul d'une échelle:

Sur un plan, une maison de 12m de large ne fait plus que 6cm de large. Quelle est l'échelle du dessin?
On utilise la formule:

$$\text{Echelle} = \frac{\text{dimension sur le plan}}{\text{dimension réelle}} \qquad \text{Echelle} = \frac{6}{1200} = \frac{6 : 6}{1200 : 6} = \frac{1}{200}$$

Exemple d'agrandissement:

Un insecte de 2mm de long est représenté par un dessin de 14 mm; calculer l'échelle...

$$\text{Echelle} = \frac{\text{dimension sur le plan}}{\text{dimension réelle}} = \frac{14}{2} = 7.$$



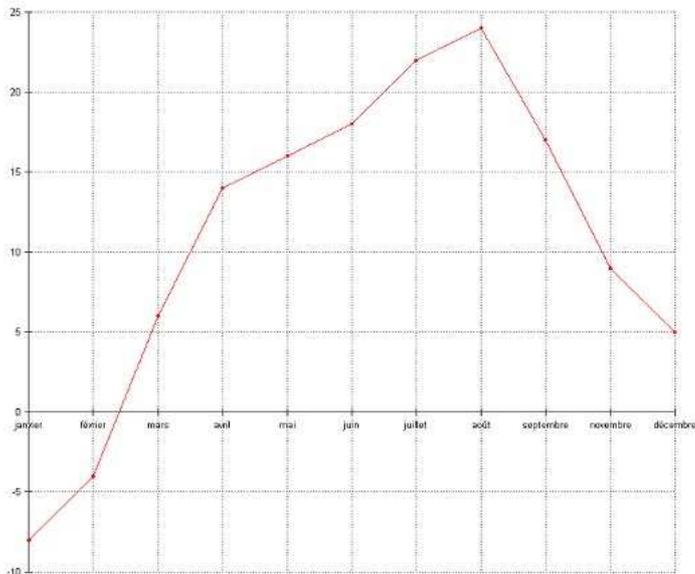
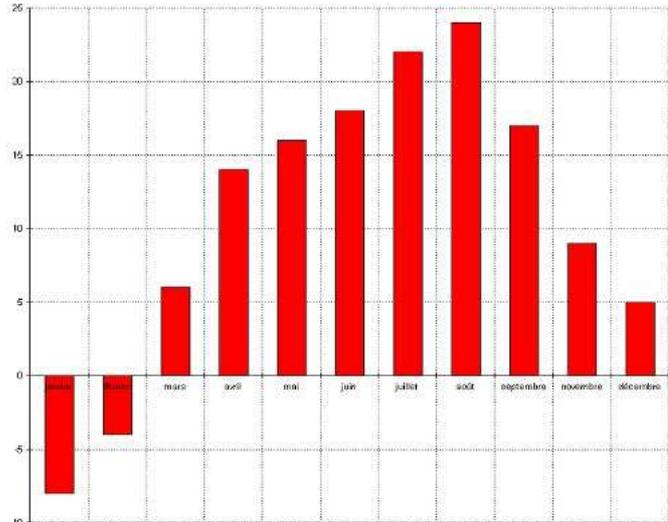
L'échelle est donc de 7, il s'agit d'un **agrandissement**.

4°) Statistiques:

Les statistiques permettent de gérer des données sous forme de tableaux, de graphiques...

Exemples: relevé des températures moyennes par mois au cours d'une année.

Diagramme en barres (ou bâtons) à droite ou diagramme par points (ci- dessous):



5°) Exercices:

- Une bouteille de bain moussant en promotion contient 1,5 L plus 8% de produit gratuit en supplément. Calculez la contenance totale de cette bouteille.
- Pour les soldes, un radio-réveil de valeur 80 € est vendu avec une réduction de 9%. Calculez son prix réel.
- Sur un plan au 1/1 000 000 on représente une route de 55 km. Quelle est la longueur, en cm, sur le plan de cette route?
- Sur le même plan, on veut mesurer un trajet de 14cm. Quelle sera la distance réelle à parcourir (en km)?