

Pourcentages, échelles

Les pourcentages et les échelles sont des cas particuliers de proportionnalité.

1°) Pourcentages

a) Pourcentage et fraction.

Un pourcentage peut être considéré comme une fraction particulière, de dénominateur égal à 100. Par exemple 8% veut dire 8/100.

Calculer les 8% de 120 € revient donc à écrire:

$$8\% \text{ de } 120 = \frac{8}{100} \times 120 = \frac{8 \times 120}{100} = 9,6.$$

b) Appliquer un pourcentage

On peut aussi considérer le calcul d'un pourcentage comme un exercice de proportionnalité. Par exemple, si un magasin applique une réduction de 3% sur tous ses articles lors des soldes, on peut demander le montant de la réduction pour un article valant 230 €, ou encore retrouver le prix initial d'un article vendu avec une réduction de 12,6€. Pour résoudre ce type de problème, on peut faire un tableau de proportionnalité:

Réduction en €	3		12,6
Prix initial en €	100	230	

Ainsi, la réponse à la première question se calcule en faisant: $3 \times 230 / 100 = 6,9$ €

Pour la deuxième question: $100 \times 12,6 / 3 = 420$ €.

c) Calculer un pourcentage.

De même, on peut calculer le pourcentage appliqué si on fait une réduction de 5 € sur un article de 125 €...

Réduction en €	5	?
Prix initial en €	125	100

Cela revient à chercher le terme du tableau situé au dessus de 100; on calcule: $5 \times 100 / 125 = 4$.

La réduction est donc de 4%.

2°) Echelles

Une échelle est une fraction dont numérateur est généralement égal à 1 quand il s'agit d'appliquer un coefficient de réduction.

Exemple: si un plan est à l'échelle 1/10 000, cela signifie que les dimensions réelles sont divisées par 10 000 pour être portées sur le plan.

Là encore, on peut faire les calculs en utilisant les propriétés des fractions avec la formule:

$$\text{Echelle} = \frac{\text{dimension sur le plan}}{\text{dimension réelle}}$$

Ou en utilisant un tableau de proportionnalité.

a) Appliquer une échelle

Un plan est à l'échelle 1/100 000. Que représente dans la réalité un trait de 13cm sur ce plan? Si une route fait 7km, quelle sera la longueur de son tracé sur un tel plan?

On peut répondre à ces deux questions avec un tableau de proportionnalité en faisant attention à l'homogénéité des unités...:

Dimension sur le plan en cm	1	13	?
Dimension réelle en cm	100 000	?	700 000

$13 \times 100\,000 = 1\,300\,000$ et $1\,300\,000\text{ cm} = 13\,000\text{m} = 13\text{km}$, le trait représente une longueur de 13km.

$7\text{km} = 700\,000\text{cm} \Rightarrow 700\,000/100\,000 = 7$; donc 7cm sur le plan pour la route...

b) Calculer une échelle

Un immeuble fait 36m de long. Sur un plan, sa longueur ne fait plus que 18cm. Quelle est l'échelle de ce plan?

Dimension sur le plan en cm	1	18
Dimension réelle en cm	?	3 600

Le nombre cherché vaut donc $1 \times 3600/18 = 200$; l'échelle est donc au 1/200.

3°) Exercices:

a) Un article de valeur 280 € est vendu avec une réduction de 5% . Quel sont prix définitif?

b) Un article d'une valeur de 400 € est vendu en solde à 386 €. Quel est le pourcentage de la remise?

c) Un plan est à l'échelle 1/500. Un segment de 6cm sur ce plan ferait quelle longueur (en m) dans la réalité?

d) Une route de 35km ne fait plus que 7cm sur un plan. Quelle est l'échelle du plan?