

Inégalités

1°) Notations et définitions

Symbole	$a < b$	$a > b$	$a \leq b$	$a \geq b$
Signification	a est strictement inférieur à b	a est strictement supérieur à b	a est inférieur ou égal à b	a est supérieur ou égal à b

2°) Troncature et arrondi

Exemple 1: considérons le nombre 3,42, il peut être encadré par: $3,4 < 3,42 < 3,5$

- la troncature au dixième est 3,4, c'est celui des deux nombres qui est inférieur ou égal à 3,42
- l'arrondi au dixième est 3,4, c'est celui des deux nombres qui est le plus proche de 3,42

Exemple 2: considérons le nombre 7,68, il peut être encadré par: $7,6 < 7,68 < 7,7$

- la troncature au dixième est 7,6, c'est celui des deux nombres qui est inférieur ou égal à 7,68.
- l'arrondi au dixième est 7,7, c'est celui des deux nombres qui est le plus proche de 7,68.

3°) Signe d'une différence

- si $a < b$ alors $a - b < 0$ et si $a - b < 0$, alors $a < b$
- si $a > b$ alors $a - b > 0$ et si $a - b > 0$, alors $a > b$

4°) Ordre et opérations

a) additions et soustractions

exemples: $15 < 20$ $15 + 4 < 20 + 4$

$$36 < 42 \quad 36 - 8 < 42 - 8$$

application: soit le nombre x tel que $x + 13 < 18$

on en déduit: $x + 13 - 13 < 18 - 13$ donc $x < 5$ (on a résolu une inéquation !)

a, b, c désignent des nombres relatifs quelconques

- si $a < b$, alors $a + c < b + c$
- si $a < b$, alors $a - c < b - c$

On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à ses deux membres.

b) ordre et multiplication

exemple 1: $7 < 9$ $7 \times 2 = 14$; $9 \times 2 = 18$;

on a bien $14 < 18$ donc $7 \times 2 < 9 \times 2$

exemple 2: $3 < 5$ $3 \times (-2) = -6$; $5 \times (-2) = -10$

on a $-10 < -6$ donc $5 \times (-2) < 3 \times (-2)$

- $a < b$; si c est positif, alors $a \times c < b \times c$
- $a < b$; si c est négatif, alors $a \times c > b \times c$

l'inégalité s'inverse si on la multiplie par un nombre négatif

- **On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre positif non nul**
- **On change le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre négatif non nul**

Exemple 1 : On sait que $7 < x < 8$; donner un encadrement de $3x + 5$.

en multipliant par 3 : $21 < 3x < 24$ puis en ajoutant 5 : $26 < 3x + 5 < 29$

Exemple 2 : On sait que $8,2 < x < 8,3$; donner un encadrement de $-5x + 2$

en multipliant par -5: $-41,5 < -5x < 41$ puis en ajoutant 2 : $-39,5 < -5x + 2 < -39$

Exemple 3 : résoudre $7x + 5 < 4x + 11$

On résout une inéquation de la même façon qu'une équation, c'est à dire en faisant passer les inconnues dans un même membre et les nombres « sans x » dans l'autre membre.

L'inéquation devient : $7x - 4x < 11 - 5$

Soit : $3x < 6$; d'où $x < 6 : 3$ donc les solutions sont : $x < 2$,

c'est à dire tous les nombres inférieurs à 2.

Exemple 4 : résoudre $5x + 3 < 7x + 9$

On transpose : $5x - 7x < 9 - 3$; ce qui donne : $-2x < 6$ ATTENTION !!! EN DIVISANT PAR (-2) , L'INEGALITE VA CHANGER DE SENS !!!

D'où $x > 6 : (-2)$ donc $x > 3$

5°) Exercices:

a) Si $2,8 < x < 2,9$, donner un encadrement de $3x - 5$

b) Si $4,5 < x < 4,6$, donner un encadrement de $9 - 2x$

c) Résoudre: $6x - 7 > x + 3$

d) Résoudre: $4 (2x + 5) < 2 (3x + 7)$