

# Inégalités

## 1°) Notations et définitions

Symbole	$a < b$	$a > b$	$a \leq b$	$a \geq b$
Signification	a est strictement inférieur à b	a est strictement supérieur à b	a est inférieur ou égal à b	a est supérieur ou égal à b

## 2°) Troncature et arrondi

Exemple 1: considérons le nombre 3,42, il peut être encadré par:  $3,4 < 3,42 < 3,5$

- la troncature au dixième est 3,4, c'est celui des deux nombres qui est inférieur ou égal à 3,42
- l'arrondi au dixième est 3,4, c'est celui des deux nombres qui est le plus proche de 3,42

Exemple 2: considérons le nombre 7,68, il peut être encadré par:  $7,6 < 7,68 < 7,7$

- la troncature au dixième est 7,6, c'est celui des deux nombres qui est inférieur ou égal à 7,68.
- l'arrondi au dixième est 7,7, c'est celui des deux nombres qui est le plus proche de 7,68.

## 3°) Signe d'une différence

- si  $a < b$  alors  $a - b < 0$  et si  $a - b < 0$ , alors  $a < b$
- si  $a > b$  alors  $a - b > 0$  et si  $a - b > 0$ , alors  $a > b$

## 4°) Ordre et opérations

### a) additions et soustractions

*exemples:*  $15 < 20$     $15 + 4 < 20 + 4$

$$36 < 42 \quad 36 - 8 < 42 - 8$$

*application:* soit le nombre x tel que  $x + 13 < 18$

on en déduit:  $x + 13 - 13 < 18 - 13$  donc  $x < 5$  ( on a résolu une inéquation !)

a, b, c désignent des nombres relatifs quelconques

- si  $a < b$ , alors  $a + c < b + c$
- si  $a < b$ , alors  $a - c < b - c$

**On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à ses deux membres.**

### b) ordre et multiplication

exemple 1:  $7 < 9$     $7 \times 2 = 14$ ;  $9 \times 2 = 18$ ;

on a bien  $14 < 18$  donc  $7 \times 2 < 9 \times 2$

exemple 2:  $3 < 5$     $3 \times (-2) = -6$  ;    $5 \times (-2) = -10$

on a  $-10 < -6$  donc  $5 \times (-2) < 3 \times (-2)$

- $a < b$ ; si c est positif, alors  $a \times c < b \times c$
- $a < b$ ; si c est négatif, alors  $a \times c > b \times c$

**l'inégalité s'inverse si on la multiplie par un nombre négatif**

- **On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre positif non nul**
- **On change le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre négatif non nul**

Exemple 1 : On sait que  $7 < x < 8$  ; donner un encadrement de  $3x + 5$ .

en multipliant par 3 :  $21 < 3x < 24$  puis en ajoutant 5 :  $26 < 3x + 5 < 29$

Exemple 2 : On sait que  $8,2 < x < 8,3$  ; donner un encadrement de  $-5x + 2$

en multipliant par -5:  $-41,5 < -5x < 41$  puis en ajoutant 2 :  $-39,5 < -5x + 2 < -39$

Exemple 3 : résoudre  $7x + 5 < 4x + 11$

On résout une inéquation de la même façon qu'une équation, c'est à dire en faisant passer les inconnues dans un même membre et les nombres « sans x » dans l'autre membre.

L'inéquation devient :  $7x - 4x < 11 - 5$

Soit :  $3x < 6$  ; d'où  $x < 6 : 3$  donc les solutions sont :  $x < 2$ ,

c'est à dire tous les nombres inférieurs à 2.

Exemple 4 : résoudre  $5x + 3 < 7x + 9$

On transpose :  $5x - 7x < 9 - 3$  ; ce qui donne :  $-2x < 6$  ATTENTION !!! EN DIVISANT PAR (-2) , L'INEGALITE VA CHANGER DE SENS !!!

D'où  $x > 6 : (-2)$  donc  $x > 3$

### **5°) Exercices:**

a) Si  $2,8 < x < 2,9$ , donner un encadrement de  $3x - 5$

b) Si  $4,5 < x < 4,6$ , donner un encadrement de  $9 - 2x$

c ) Résoudre:  $6x - 7 > x + 3$

d) Résoudre:  $4 ( 2x + 5 ) < 2 ( 3x + 7 )$