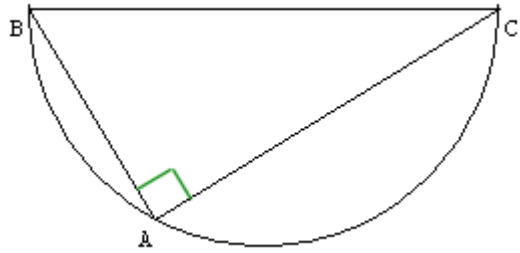


Triangle rectangle:

1°) Triangle rectangle et demi-cercle

Théorème direct:

"Un triangle rectangle est inscriptible dans un demi-cercle de diamètre son hypoténuse"

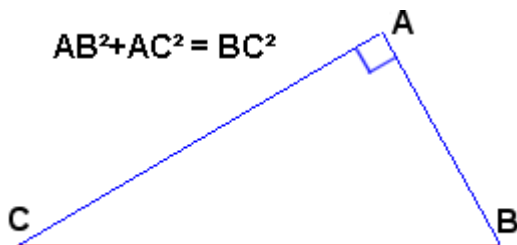


Théorème réciproque:

"Si un triangle est inscriptible dans un demi-cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle"

2°) Théorèmes de Pythagore:

Théorème direct: "Si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$ "



Exemple: Si ABC est rectangle en A et si $AB = 4,8\text{cm}$ et $AC = 2\text{cm}$, voyons comment calculer BC.

ABC étant rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\text{d'où } BC^2 = 4,8^2 + 2^2$$

$$BC^2 = 23,04 + 4 = 27,04$$

$$BC = \sqrt{27,04} = 5,2 \quad \text{Donc } BC = 5,2\text{cm.}$$

Théorème réciproque: Si un triangle ABC est tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est rectangle en A."

Exemple: Soit un triangle IJK tel que $IJ = 6\text{cm}$; $IK = 6,3\text{cm}$ et $JK = 8,7\text{cm}$. Quelle est la nature de IJK?

$$\text{Calculons : } IJ^2 + IK^2 = 6^2 + 6,3^2 = 36 + 39,69 = 75,69$$

$$JK^2 = 8,7^2 = 75,69 \quad \text{Donc } JK^2 = IJ^2 + IK^2. \text{ D'après le théorème réciproque de Pythagore, IJK est rectangle en I.}$$

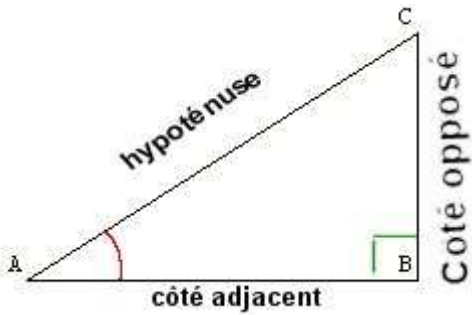
3°) Trigonométrie

a) Cosinus:

Si un triangle ABC est rectangle en B, on appelle cosinus de \hat{A} , le rapport:

$$\cos(\hat{A}) = \text{longueur du côté adjacent à } \hat{A} / \text{longueur de l'hypoténuse} = AB / AC$$

Remarque: un cosinus est toujours inférieur à 1



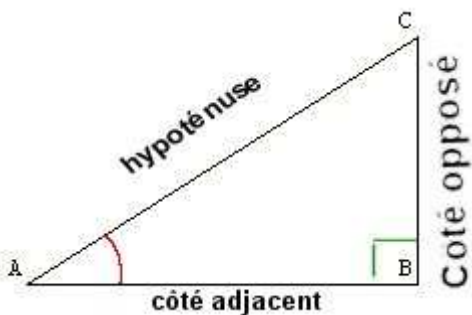
Applications:		
<p><u>Calcul du côté adjacent.</u> Exemple: ABC est rectangle en B, tel que AC = 8cm et $\hat{A} = 32^\circ$; Calculer AB au mm près.</p> <p>$\cos(\hat{A}) = AB / AC$ donc $\cos(32^\circ) = AB / 8$</p> <p>En utilisant les produits en croix, on en déduit: $AB = 8 \cos(32^\circ) = 6,8\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul de l'hypoténuse:</u> Exemple: AEF est rectangle en E tel que EA = 7cm et $\hat{A} = 44^\circ$; calculer AF au mm près.</p> <p>$\cos(\hat{A}) = AE / AF$ donc $\cos(44^\circ) = 7 / AF$.</p> <p>D'où $7 = AF \cos(44^\circ)$ et $AF = 7 / \cos(44^\circ) = 9,7\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul de l'angle:</u> Exemple: AGH est rectangle en G tel que AG = 6cm et AH = 8cm; calculer \hat{A} au degré près.</p> <p>$\cos(\hat{A}) = AG / AH = 6 / 8$</p> <p>Donc $\hat{A} = 41^\circ$ au degré près (on utilise la touche [INV] [COS] de la calculatrice)</p>

b) Sinus:

Si un triangle ABC est rectangle en B, on appelle sinus de \hat{A} , le rapport:

$\sin(\hat{A}) = \text{longueur du côté opposé à } \hat{A} / \text{longueur de l'hypoténuse} = BC / AC$

Remarque: un sinus est toujours inférieur à 1

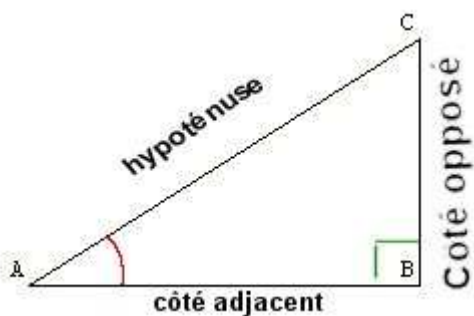


Applications:		
<p><u>Calcul du côté opposé:</u> Exemple: ABC est rectangle en B, tel que AC = 8cm et $\hat{A} = 35^\circ$; Calculer BC au mm près.</p> <p>$\sin(\hat{A}) = BC / AC$ donc $\sin(35^\circ) = BC / 8$</p> <p>En utilisant les produits en croix, on en déduit: $BC = 8 \sin(35^\circ) = 4,6\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul de l'hypoténuse:</u> Exemple: AEF est rectangle en E tel que EF = 9cm et $\hat{A} = 54^\circ$; calculer AF au mm près.</p> <p>$\sin(\hat{A}) = EF / AF$ donc $\sin(54^\circ) = 9 / AF$.</p> <p>D'où $9 = AF \sin(54^\circ)$ et $AF = 9 / \sin(54^\circ) = 11,1\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul de l'angle:</u> Exemple: AGH est rectangle en G tel que GH = 7cm et AH = 8cm; calculer \hat{A} au degré près.</p> <p>$\sin(\hat{A}) = GH / AH = 7 / 8$</p> <p>Donc $\hat{A} = 61^\circ$ au degré près (on utilise la touche [INV] [SIN] de la calculatrice)</p>

c) Tangente:

Si un triangle ABC est rectangle en B, on appelle tangente de \hat{A} , le rapport:

$$\tan(\hat{A}) = \text{longueur du côté opposé à } \hat{A} / \text{longueur du côté adjacent} = BC / AB$$



Applications:		
<p><u>Calcul du côté opposé:</u> Exemple: ABC est rectangle en B, tel que AB = 8cm et $\hat{A} = 65^\circ$; Calculer BC au mm près.</p> <p>$\tan(\hat{A}) = BC / AB$ donc $\tan(65^\circ) = BC / 8$</p> <p>En utilisant les produits en croix, on en déduit: $BC = 8 \tan(65^\circ) = 17,1\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul du côté adjacent:</u> Exemple: AEF est rectangle en E tel que EF = 3cm et $\hat{A} = 24^\circ$; calculer AE au mm près.</p> <p>$\tan(\hat{A}) = EF / AE$ donc $\tan(24^\circ) = 3 / AE$.</p> <p>D'où $3 = AE \tan(24^\circ)$ et $AE = 3 / \tan(24^\circ) = 6,7\text{cm}$ au mm près.</p>	<p><u>Calcul de l'angle:</u> Exemple: AGH est rectangle en G tel que GA = 7cm et GH = 9cm; calculer \hat{A} au degré près.</p> <p>$\tan(\hat{A}) = GH / GA = 9 / 7$</p> <p>Donc $\hat{A} = 52^\circ$ au degré près (on utilise la touche [INV] [SIN] de la calculatrice)</p>