

RACINES CARREES

1°) Notion de racine carrée

$$2^2 = 4 ; 3^2 = 9 ; 4^2 = 16 ; 5^2 = 25 ; 7^2 = 49 ; (-7)^2 = 49 \dots$$

On dit que 7 est le nombre positif ayant pour carré 49, ou encore 7 est la **racine carrée** de 49.

De même, 5 est la racine carrée de 25.

On écrit : $\sqrt{25} = 5$. Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé **radical**.

Pour calculer une racine carrée on utilise la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice.

Par exemple, $\sqrt{169} = 13$; $\sqrt{225} = 15$.

Certaines racines carrées ne tombent pas justes, ce sont des nombres irrationnels. On calcule alors souvent leur valeur approchée.

Exemples : $\sqrt{2} \approx 1,414$; $\sqrt{3} \approx 1,732$; $\sqrt{5} \approx 2,236$.

Remarques :

- La racine carrée n'est possible que pour un nombre positif
- La racine carrée désigne toujours un nombre positif
- Si a est positif : $\sqrt{a^2} = a$
- Si a est positif : $\sqrt{a^2} = a$

Exemples : $\sqrt{9^2} = 9$; $\sqrt{13^2} = 13$.

2°) Propriétés

a) produit

$$5^2 = 25 ; 2^2 = 4 ; (5 \times 2)^2 = 10^2 = 100.$$

Ainsi, $10 = \sqrt{100} = \sqrt{25 \times 4}$; or $10 = 5 \times 2 = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$. Il en résulte que : $\sqrt{25 \times 4} = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$.

Ce raisonnement étant généralisable, on en déduit que :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}. \quad (\text{pour tout couple } a \text{ et } b \text{ positifs}).$$

Applications : cette propriété permet de **simplifier** des racines ou des produits de racines.

Exemple 1 :

Simplifier $\sqrt{75}$. On remarque que $75 = 3 \times 25$ est 25 est le carré de 5.

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3}.$$

Exemple 2 :

Simplifier: $\sqrt{48} \times \sqrt{12} = \sqrt{48 \times 12} = \sqrt{576} = 24$.

Exemple 3 :

Ecrire sous la forme $a\sqrt{3}$ *l'expression suivante :*

$A = \sqrt{75} + 2\sqrt{147} - 4\sqrt{3}$. On doit faire apparaître le facteur 3 dans chaque radical.

Ainsi, il est utile de décomposer : $75 = 3 \times 25$; $147 = 3 \times 49$.

$$A = \sqrt{25 \times 3} + 2\sqrt{49 \times 3} - 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 2 \times 7\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 15\sqrt{3}.$$

b) quotient

On obtient une propriété similaire pour le quotient de deux racines : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. (avec a positif et b > 0)

Exemple 1 :

$$\sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Exemple 2 :

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

Attention : il n'y a pas de formule pour les sommes de racines .