

Factorisation, équation produit

1°) Factoriser:

“ Factoriser, c’est transformer une somme algébrique en produit »

1^{ère} méthode : Pour factoriser, on cherche un **facteur commun**.

Exemples, factoriser :

$$C = 9a + 9b + 18 = 9 (a + b + 2) ; \text{ le facteur commun est } 9$$

$$D = 3a + 5ab + a^2 = a (3 + 5b + a) ; \text{ le facteur commun est } a$$

$$E = 7a^2 + 14 a - 21 ab = 7a (a + 2 - 3b) ; \text{ le facteur commun est } 7a$$

$$F = (x + 5) (x + 3) + (x + 5) (2x + 7) = (x + 5) [(x + 3) + (2x + 7)]$$

$$= (x + 5) (x + 3 + 2x + 7) = (x + 5) (3x + 10) ; \text{ le facteur commun est } (x + 5)$$

2^{ème} méthode: on utilise un **produit remarquable**

$$\text{Exemple 1 : } 25x^2 - 49 = (5x)^2 - 7^2 \text{ de la forme } a^2 - b^2, \text{ donc } 25x^2 - 49 = (5x + 7) (5x - 7)$$

$$\text{Exemple 2 : } 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 \text{ de la forme } a^2 + 2ab + b^2 ;$$

$$\text{donc } 9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$$

2°) Equations du second degré

Une équation est dite du second degré lorsque que l’inconnue est à la puissance 2 dans l’équation.

a) équations « produits » :

$$(2x - 8) (x + 3) = 0 \text{ est une équation produit.}$$

Or, un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul. On obtient donc deux cas et en général deux solutions...

$$(2x - 8) (x + 3) = 0$$



$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8$$

$$x = 8 : 2 = 4$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

Les deux solutions de l’équation sont donc -3 et 4 .

Exemple : résoudre $(5x + 35) (3x - 6) = 0$

$$5x + 35 = 0 ; 5x = -35 ; x = -35 : 5 = -7 \quad \text{et} \quad 3x - 6 = 0 ; 3x = 6 ; x = 6 : 3 = 2 ;$$

les solutions sont -7 et 2

b) équations générales du second degré :

- **Exemple 1 :** $x^2 + 6x + 9 = 0$ est une équation du second degré (x est au carré). Pour résoudre, il faut **factoriser**. On remarque que l'expression x^2+6x+9 est un produit remarquable du type $(a+b)^2$.

L'équation devient : $(x + 3)^2 = 0$; les solutions sont celles de $x + 3 = 0$ soit $x = -3$

- **Exemple 2 :** $x^2 - 7x + 30 = 5 + 3x$. Il faut d'abord **mettre tous les termes de l'équation dans un même membre égal à zéro** :

$$x^2 - 7x + 30 - 5 - 3x = 0$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \quad \text{Il faut FACTORISER}$$

$$(x - 5)^2 = 0 \quad \text{soit } x - 5 = 0 \quad \text{La solution est donc } x = 5$$

- **Exemple 3 :** $(x - 7)(4x + 9) = (x - 7)(2x + 1)$

$$(x - 7)(4x + 9) - (x - 7)(2x + 1) = 0$$

$$(x - 7)[(4x + 9) - (2x + 1)] = 0$$

$$(x - 7)[4x + 9 - 2x - 1] = 0$$

$$(x - 7)(2x + 8) = 0$$



$$x - 7 = 0$$

$$2x + 8 = 0$$

$$x = 7$$

$$2x = -8 \quad \text{soit } x = -4$$

Les solutions de l'équation sont -4 et 7

- **Exemple 4 :** $(3x + 7)^2 - (x - 5)^2 = 0$ Il faut Factoriser ; l'expression est un produit remarquable du type $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $[(3x + 7) + (x - 5)][(3x + 7) - (x - 5)] = 0$

$$[3x + 7 + x - 5][3x + 7 - x + 5] = 0$$

$$(4x + 2)(2x + 12) = 0$$



$$4x + 2 = 0$$

$$2x + 12 = 0$$

$$4x = -2$$

$$2x = -12$$

$$x = -2 : 4 = -0,5 \quad ; \quad x = -12 : 2 = -6$$

Les solutions sont -0,5 et -6