

# EQUATIONS et INEQUATIONS

Une équation est une égalité conditionnelle. On cherche la (ou les) valeur de l'inconnue (souvent notée  $x$ ) qui vérifie l'égalité.

## 1°) Equations du premier degré

Une équation est dite du premier degré lorsque que l'inconnue est au maximum à la puissance 1 dans l'équation.

### a) équations simples

$7 + x = 21$  est une équation d'**inconnue**  $x$ . «  $7 + x$  » et «  $21$  » sont les deux membres de cette équation.

7 et  $x$  sont ici des **termes**. Pour trouver  $x$  on fait passer le terme « 7 » dans le membre de droite.

**« On peut changer un terme de membre d'une équation à condition de changer aussi son signe »**

ainsi,  $x = 21 - 7 = 14$  ; on dit que 14 est la **solution** de l'équation.

Ne pas confondre ce type d'équation avec la suivante :

$7x = 21$  . Ici « 7 » et «  $x$  » sont des **facteurs**. Pour trouver  $x$ , il suffit donc de diviser par 7 ; il n'est pas question de changer de signe !

$x = 21 : 7 = 3$  ; 3 est la solution de l'équation.

### b) équation générale.

Voici la méthode pour résoudre une équation plus complexe du **1<sup>er</sup> degré** :

Exemple :

$$8x + 26 - x - 3 = 2x + 68$$

1<sup>ère</sup> étape : on met toutes les inconnues dans un même membre :  $8x - x - 2x = 68 - 26 + 3$

2<sup>ème</sup> étape : on réduit :  $5x = 45$

3<sup>ème</sup> étape : on résout l'équation finale :  $x = 45 : 5 = 9$

### c) Problème concret :

Les équations servent surtout à résoudre des problèmes concrets; exemple : « Anthony achète 5 cahiers. Maxime n'achète que deux cahiers identiques à ceux de Maxime et un stylo à 1,26€. Tous les deux paient la même somme. Quel est le prix d'un cahier ?

1<sup>ère</sup> étape : choix de l'inconnue : **soit  $x$  le prix d'un cahier**

2<sup>ème</sup> étape : mise en équation : on « traduit » le texte en langage mathématiques :

$$5x = 2x + 1,26$$

3<sup>ème</sup> étape : on résout l'équation :  $5x - 2x = 1,26$  ;  $3x = 1,26$ ,  $x = 1,26 : 3 = 0,42$ .

4<sup>ème</sup> étape : on donne la solution sous forme de phrase : « Le prix d'un cahier est de 0,42€. »

5<sup>ème</sup> étape : on peut vérifier la solution : 5 cahiers font donc  $5 \times 0,42 = 2,10$

2 cahiers plus un stylo coûtent :  $2 \times 0,42 + 1,26 = 0,84 + 1,26 = 2,10$ .

## 2°) Inéquations

### a) ordre et multiplication

exemples:  $7 < 9$   $7 \times 2 = 14$  ;  $9 \times 2 = 18$  ; on a bien  $14 < 18$  donc  $7 \times 2 < 9 \times 2$

$3 < 5$   $3 \times (-2) = -6$   $5 \times (-2) = -10$  on a  $-10 < -6$  donc  $5 \times (-2) < 3 \times (-2)$  :

**l'inégalité s'inverse si on la multiplie par un nombre négatif**

- $a < b$  ; si c est positif, alors  $a \times c < b \times c$
- $a < b$  ; si c est négatif, alors  $a \times c > b \times c$

- **On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre positif non nul**
- **On change le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre négatif non nul**

### b) Inéquation

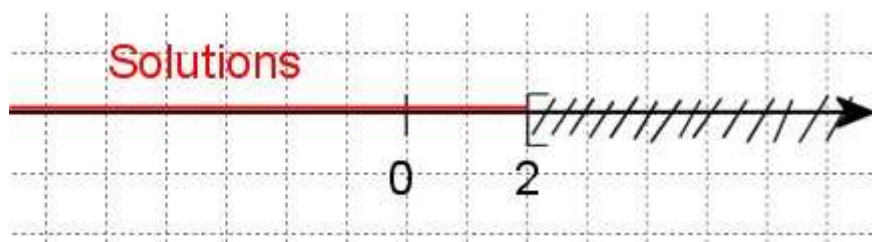
Exemple 1: résoudre  $7x + 5 < 4x + 11$

On résout une inéquation de la même façon qu'une équation, c'est à dire en faisant passer les inconnues dans un même membre et les nombres « sans x » dans l'autre membre.

L'inéquation devient :  $7x - 4x < 11 - 5$

Soit :  $3x < 6$  ; d'où  $x < 6 : 3$  donc les solutions sont :  $x < 2$ , c'est à dire tous les nombres inférieurs à 2.

On représente l'ensemble des solutions sur un graphique:



Exemple 2: résoudre  $3x + 2 \leq 8x + 17$

$3x - 8x \leq 17 - 2$

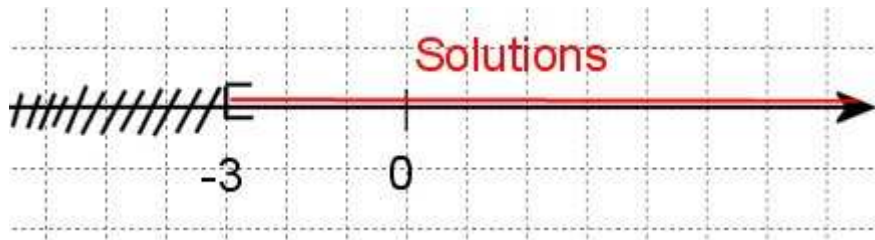
$$-5x \leq 15$$

Attention , on divise -5 nombre négatif, l'inégalité change de sens!

$$x \geq 15 : (-5)$$

$$x \geq -3$$

*On remarque que le crochet est tourné vers la droite car 2 ne fait partie des solutions (partie barrée)*



*On remarque que le crochet est tourné vers la droite car -3 fait partie des solutions*